

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Октябрьская основная общеобразовательная школа»

Научно-практическая конференция

«Эрудит – 2013»

Секция: математика

*Тема: «Иллюзия. Невозможные  
фигуры»*

Составитель: Прилепа Виктория Витальевна,  
обучающаяся 7 класса;

Руководитель: Соскова Людмила Николаевна,  
учитель математики

Прокопьевский район

2013

## Содержание

1. Введение .....	3
2. Историческая справка.....	4
3. Искажение перспективы в картинах известных художников.....	5
4. Невозможные фигуры в реальном мире.....	7
5. Оптические обманы в геометрии.....	9
6. Невозможные фигуры из бумаги и дерева.....	10
7. Вывод.....	11
8. Литература.....	12
9. Приложения.....	13

## Введение

Существует большой класс изображений, про которые можно сказать: "Что видим? Нечто странное". Это и рисунки с искаженной перспективой, и невозможные в нашем трехмерном мире объекты, и немислимые сочетания вполне реальных предметов. Появившись в начале XX века, такие "странные" рисунки и фотографии сегодня стали целым направлением искусства, именуемого имп-артом. Данная работа посвящена изучению невозможных объектов, систематизации знаний о них. Она может быть полезна тем, кто увлекается геометрией, в частности стереометрией.

Объект исследования: несуществующие фигуры.

Предмет исследования: свойства несуществующих объектов, возможность их существования и составления.

Цели исследования:

1. Выяснить, как получаются несуществующие объекты;
2. Рассмотреть различные виды геометрических иллюзий.

Задачи исследования:

1. Изучить искажение перспективы в картинах известных художников
2. Определить области существования невозможных фигур

Методы исследования: изучение литературы по теме.

Ожидаемый результат: самостоятельное составление несуществующих объектов

## Историческая справка

На протяжении всей истории люди сталкивались с оптическими иллюзиями того или иного рода. Достаточно вспомнить мираж в пустыне, иллюзии создаваемые светом и тенью, а также относительным движением. Широко известен следующий пример: луна, поднимающаяся из-за горизонта, кажется гораздо больше, чем высоко в небе. Все это – лишь несколько любопытных явлений, которые встречаются в природе. Когда эти явления, обманывающие зрение и ум, были впервые замечены, они стали волновать воображения людей.

С давних времен оптические иллюзии использовались, чтобы усилить воздействие произведений искусства или улучшить внешний вид архитектурных творений. Древние греки прибегали к оптическим иллюзиям, чтобы довести до совершенства внешний вид своих великих храмов. В эпоху Средневековья смещенную перспективу иногда использовали в живописи. Позднее многие другие иллюзии использовались в графике. Среди них единственный в своем роде и относительно новый вид оптической иллюзии известен как "невозможные объекты".

Кольца Борромео - одна из известных невозможных фигур, имеющая древнюю историю. Эта фигура основана на симметричной расстановке перекрывающихся друг друга колец. Предполагая, что все кольца плоские, такая фигура не может существовать в нашем мире. Для создания фигуры в трехмерном пространстве необходимы разрывы или искажения.

Во все времена кольца Борромео служили символом "силы в единстве" (приложение 1).

Подобно кольцам Борромео таким же способом соединялись и другие изогнутые объекты. Например, в геральдике часто применялись символы змей, полумесяцев и серпов. Символ с объединением полумесяцев был разработан архитектором Филибертом де д'Орме (Philibertdel'Orme) для Дианы де Пуатье (DianedePoitiers) (1499-1566) - фаворитки французского короля Генриха II, чьей эмблемой был полумесяц (приложение 2).

"Невозможная фигура - это выполненный на бумаге трехмерный объект, который не может существовать в действительности, но который, однако, можно видеть как двухмерное изображение» из книги Оскара Рейтесвэрда "Невозможные фигуры"

## Искажение перспективы в картинах известных художников

Наиболее известными невозможными фигурами являются: невозможный треугольник, бесконечная лестница и невозможный трезубец.

Первым построившим и проанализировавшим невозможные объекты по праву считается шведский художник Оскар Рейтерсвэрд ([Oscar Reutersvard](#)), нарисовавший в 1934 г. первый невозможный треугольник, состоявший из девяти кубиков. Затем он усовершенствовал свою модель и получил фигуру, состоящую из двенадцати кубиков. Все кубики реальные, но их расположение в трехмерном пространстве невозможно (приложение 3).

"Бесконечной лестницей" с успехом воспользовался художник [Маурис К. Эшер](#) в своей чарующей литографии "Восхождение и нисхождение", созданной в 1960 году. В этом рисунке, отражающем все возможности фигуры [Пенроуза](#), вполне узнаваемая "Бесконечная лестница" аккуратно вписана в крышу монастыря. Монахи в капюшонах непрерывно движутся по лестнице в направлении по часовой стрелке и против нее. Они идут навстречу друг другу по невозможному пути. Им так и не удастся ни подняться вверх, ни спуститься вниз. Соответственно, "Бесконечная лестница" стала чаще ассоциироваться с [Эшером](#), перерисовавшим ее, чем с [Пенроузами](#), которые ее придумали. На полотне изображены два ряда человечков: при движении по часовой стрелке человечки постоянно поднимаются, а при движении против часовой стрелки спускаются (приложение 4).

В 1961 году [М. К. Эшер](#) ([M. C. Escher](#)) создал знаменитую литографию "Водопад" ("[Waterfall](#)") (приложение 5).

Наиболее известные представители имп-арта: [Сандродель Пре](#) (Швейцария), [Жос де Мей](#) (Бельгия), [Иштван Орос](#) (Венгрия) (приложение 6).

[Оскар Рутесвард](#) рассказывает в книге "[Omojligafigurer](#)" (есть русский перевод) об использовании рисунков имп-арта для психотерапии. Он пишет, что картины своими парадоксами вызывают удивление, заостряют внимание и желание расшифровать. В Швеции их применяют в зубоврачебной практике: рассматривая картины в приемной, пациенты отвлекаются от неприятных мыслей перед кабинетом стоматолога. Вспоминая, сколько времени приходится ждать приема в различного рода российских бюрократических и иных заведениях, можно предположить, что невозможные картины на стенах приемных могут скрашивать время ожидания, успокаивая посетителей и тем самым снижая социальную агрессию. Другим вариантом была бы установка в приемных игровых автоматов или, к примеру, манекенов с соответствующими физиономиями в

качестве мишеней для дартса, но, к сожалению, подобного рода новации в России никогда не поощрялись.

## Невозможные фигуры в реальном мире

Многие люди думают, что невозможные фигуры действительно невозможны, и их нельзя увидеть в реальном мире. На самом деле их можно увидеть в реальности. Надо помнить, что любой рисунок на листе бумаги - это проекция трехмерной фигуры. Следовательно, любая фигура, нарисованная на листе бумаги должна существовать в трехмерном пространстве.

Конечно, ни одну из невозможных фигур нельзя создать, действуя прямолинейно. Например, невозможно взять три одинаковых деревянных бруска и скрепить их так, чтобы они составляли невозможный треугольник. Но можно взять три различных бруска и составить треугольник, представленный на фотографии ниже. В зеркале мы видим реальную фигуру. Получается, что приведенная фигура выглядит невозможным треугольником только с единственной точки зрения. Это касается всех невозможных фигур (приложение 7).

Как уже было сказано, количество фигур, соответствующих заданной проекции, бесконечное множество, поэтому вышеприведенный пример является не единственным способом построения невозможного треугольника в реальности. Бельгийский художник [МатьеХемакерз \(MathieuHamaekers\)](#) создал скульптуру, представленную на рисунке ниже. Фотография слева показывает фронтальный вид фигуры, при котором она выглядит невозможным треугольником, центральная фотография показывает ту же фигуру, повернутую на  $45^\circ$ , а фотография справа - фигуру, повернутую на  $90^\circ$  (приложение 8).

Как можно заметить, в данной фигуре вообще нет прямых линий, все элементы фигуры изогнуты определенным образом. Однако, как и в предыдущем случае эффект невозможности заметен лишь при одном угле обзора, когда все изогнутые линии проецируются в прямые, и, если не обращать внимания на некоторые тени, фигура выглядит невозможной.

Еще один способ создания невозможного треугольника был предложен русским художником и конструктором Вячеславом [Колейчуком](#) и опубликован в журнале "Техническая эстетика" №9 (1974). Все ребра данной конструкции являются прямыми линиями, а грани изогнуты, хотя на фронтальном виде фигуры этой изогнутости не видно. Он создал такую модель треугольника из дерева 9 (приложение 9).

Позже эта модель была воссоздана сотрудником факультета компьютерных наук института Technion в Израиле Элбером Гершоном (GershonElber). Его вариант был сначала спроектирован на компьютере, а затем воссоздан в реальности при помощи трехмерного принтера. Если сместить немного угол обзора невозможного треугольника, то мы увидим фигуру, подобную второй фотографии (приложение 10).

Стоит отметить, что если бы мы смотрели сейчас на сами фигуры, а не на их фотографии, то мы бы сразу увидели, что ни одна из представленных фигур не является невозможной, и в чем заключается секрет каждой из них. Мы бы просто не смогли бы увидеть эти фигуры невозможными, так как мы обладаем стереоскопическим зрением. То есть наши глаза, расположенные на определенном расстоянии друг от друга, видят один и тот же объект с двух близких, но все же разных, точек зрения, и наш мозг, получив два изображения от наших глаз совмещает их в единую картину. Ранее было сказано, что невозможный объект выглядит невозможным только с единственной точки зрения, а так как мы обзораем объект с двух точек зрения, то мы сразу же видим те уловки, при помощи которых создан тот или иной объект.

Значит ли это, что в реальности все же увидеть невозможный объект нельзя? Нет, можно. Если вы закроете один глаз и будете смотреть на фигуру, то она будет выглядеть невозможной. Поэтому в музеях при демонстрации невозможных фигур заставляют посетителей смотреть на них сквозь небольшое отверстие в стене одним глазом.

Существует и еще один способ, при помощи которого можно увидеть невозможную фигуру, причем двумя глазами сразу. Заключается он в следующем: необходимо создать огромную фигуру высотой с многоэтажный дом, расположить ее на обширном открытом пространстве и смотреть на нее с очень большого расстояния. В этом случае, даже смотря на фигуру двумя глазами, вы будете воспринимать ее как невозможную вследствие того, что оба ваших глаза будут получать изображения практически ничем не отличающиеся друг друга. Такая невозможная фигура была создана в австралийском городе Перт.



## Оптические обманы в геометрии

Иллюзия восприятия глубины - одна из самых давнишних и известных оптических иллюзий. К этой группе принадлежит куб Неккера (1832), а в 1895 году Арманд Тьерри (ArmandThiery) опубликовал статью об особом виде невозможных фигур. В этой статье впервые нарисован объект, впоследствии получивший имя Тьерри и бесчисленное множество раз использованный художниками оп-арта. Объект состоит из пяти одинаковых ромбов с углами 60 и 120 градусов. На рисунке можно увидеть два куба, соединенные по одной поверхности. Если вести взгляд снизу вверх, отчетливо виден нижний куб с двумя стенками вверху, а если вести взгляд сверху вниз - верхний куб со стенками внизу (приложение 11).

### Иллюзия искажения

Иллюзия Геринга (иллюзия веера) (приложение 12)

Прямые, на самом деле, параллельны

Иллюзия кафе "Wall" (приложение 13)

Параллельны ли горизонтальные линии?

Да, параллельны!

### Иллюзии восприятия размера

Иллюзия Мюллера-Лайера (FranzMuller-Lyer, 1889)  
(перенесение свойств целой фигуры на ее отдельные части)  
(приложение 14)

Какой из горизонтальных отрезков длиннее?

### Иллюзии цвета и контраста

(Приложение 15)

Сколько здесь цветовых оттенков, не считая белого?  
Четыре? На самом деле, всего два - розовый и зеленый.  
Несколько оттенков зеленого и красного только кажется.

Не верите? См. эту же картинку крупным планом.

Иллюзия мерцающей решётки

(Приложение 16)

Белые кружки кажутся мигающими, не правда ли?

### Иллюзия движения

Иллюзия Райли (BridgetRiley) (приложение 17)

Возникает иллюзия движения квадратов?

## Невозможные фигуры из бумаги

Сотрудником токийского университета Кокичи Сугихарой (Kokichi Sugihara), работающим в отделении информатики, разработаны конструкции невозможных фигур, которые можно склеить из бумаги. Ниже представлены фотографии его фигур. Если вы желаете сделать такие же фигуры, вам надо обратиться к Приложению. Выбрать развертку необходимой фигуры, распечатать файл на бумаге, вырезать фигуру из бумаги и склеить. Развертки даны без полей, по которым надо клеить стороны фигуры, поэтому при вырезании не забудьте оставить небольшие поля по краям.

Следует заметить, что в результате работы получится вполне реальная фигура. Для того, чтобы увидеть невозможные фигуры, изображенные на фотографиях, необходимо терпение, и солнечный свет (невозможные фигуры получаются путем попадания солнечного света на реальный объект в определенный момент времени) (приложение 18).

Вывод: Я считаю , что моя работа получилась достаточно интересной и увлекательной, я используя имеющиеся развертки таких фигур из бумаги смогла их собрать для наглядности. Эта тема актуальна в настоящее время, т.к. несуществующие фигуры широко используются в современной рекламе, промышленной графике, плакате, оформительском искусстве и логотипах различных фирм. Более того, многие психологи считают, что рассматривание картин с невозможными фигурами отвлекает внимание человека от неприятных мыслей. А развешивание таких изображений в коридорах учебных заведений благотворно влияет на возбужденную психику учащихся, так как перед уроками, утверждают психологи, учащиеся пребывают в состоянии стресса.

Невозможные фигуры, пожалуй, самые завораживающие из всех существующих оптических иллюзий. Те фокусы, которые они проделывают с нашим воображением, и та игривость, с которой они смущают человеческую душу, делают их особенно увлекательными. Изучение невозможных фигур имеет довольно важное значение не только с точки зрения геометрии, но и с точки зрения искусства.

## Литература

1. <http://im-possible.info/russian>
2. <http://website-ok.ru>
3. <http://www.psy.msu.ru/illusion/impossible.html>

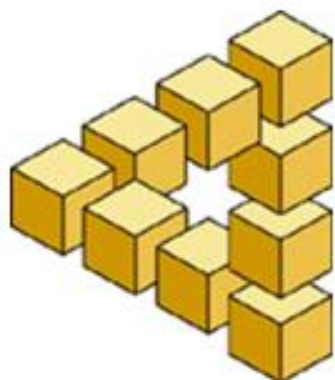
Кольца Борromeо



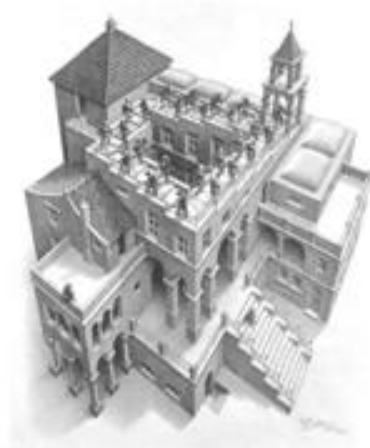
Символ с объединением полумесяцев



Невозможный треугольник (Оскар Рейтерсвэрд)



Восхождение и нисхождение. (Мауритц К. Эшер)



Водопад. (Мауритц К. Эшер)



Сандро дель Пре (Швейцария)

"Шахматная доска"



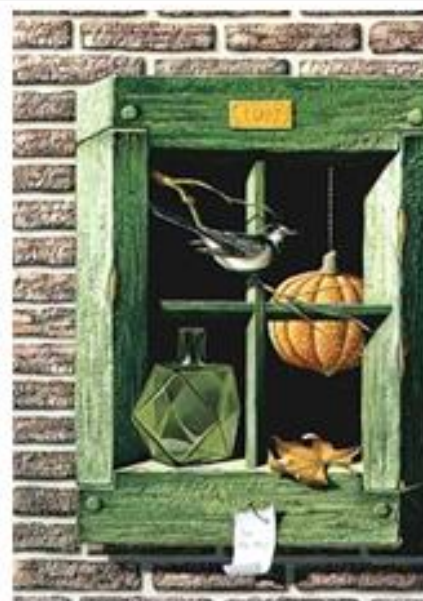
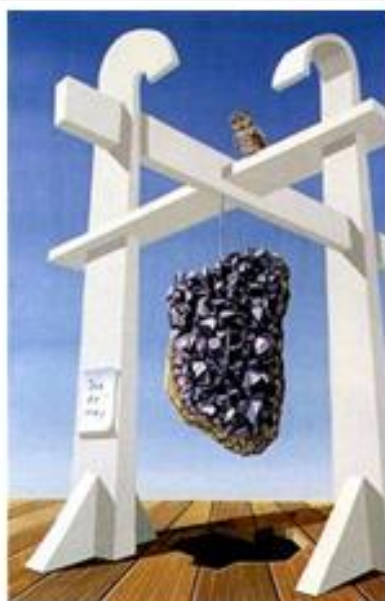
"Космические колеса"



"Забор в саду"



Жос де Мей (Бельгия)



Иштван Орос (Венгрия)

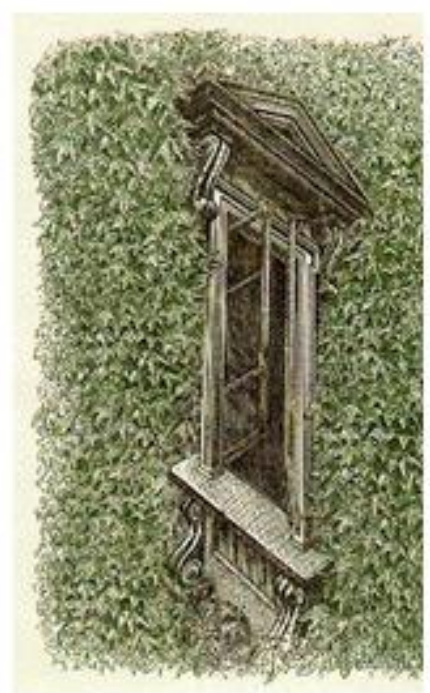
"Ель"



"Окно"



"Магическое окно"



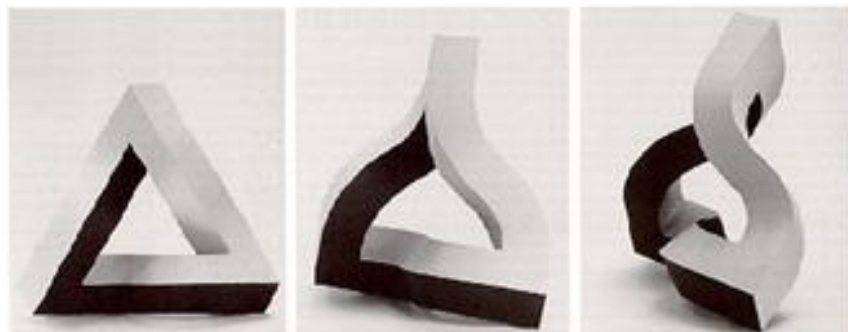
Приложение 7





Приложение 8

Невозможный треугольник. (Бельгийский художник [МатьеХемакерз](#)  
([MathieuHamaekers](#)))



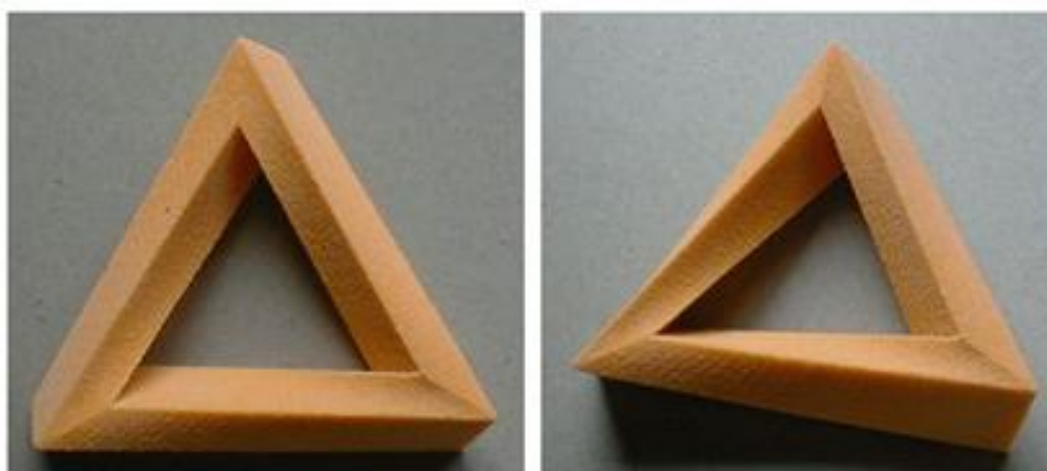
Приложение 9

Невозможный треугольник. (Вячеслав [Колейчук](#))

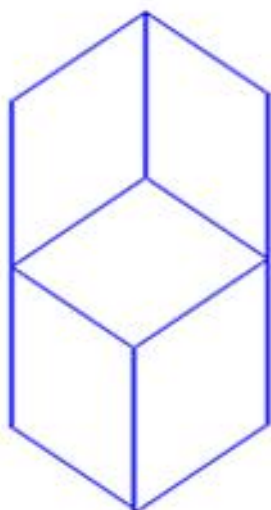


Приложение 10

Невозможный треугольник. ([Элбер Гершон](#))



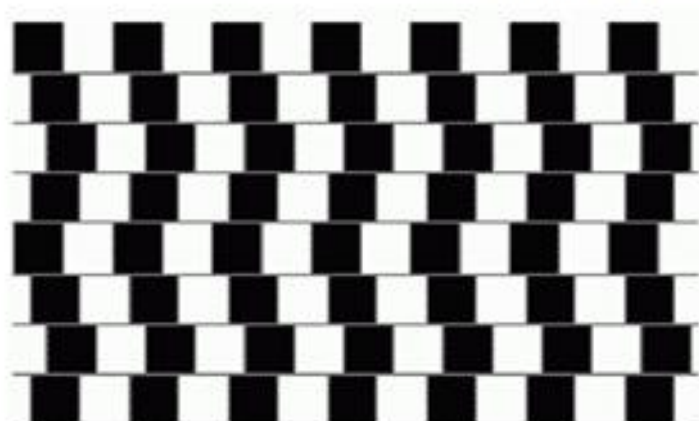
Куб Неккера



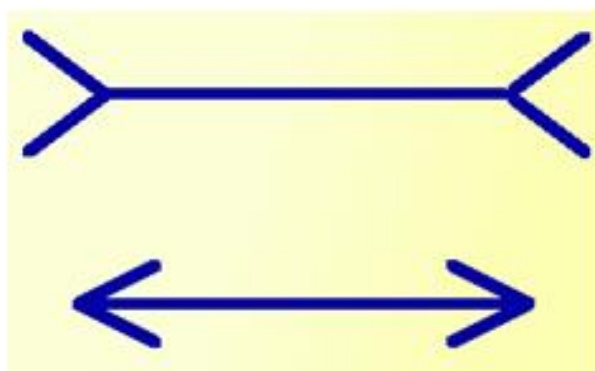
Иллюзия Геринга (иллюзия веера)



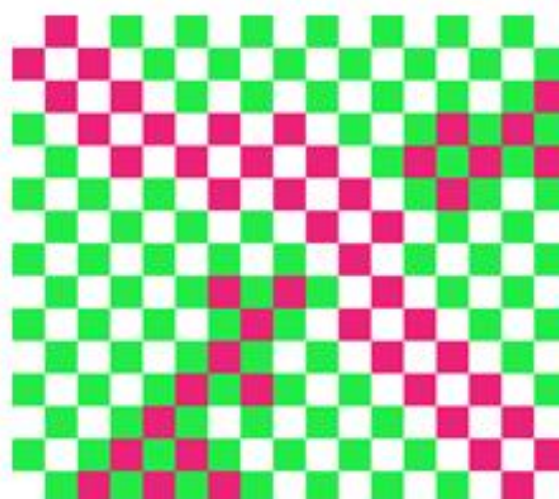
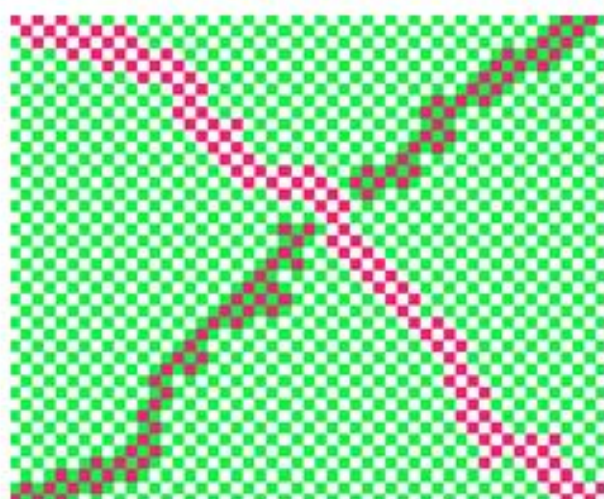
Иллюзия кафе "Wall"



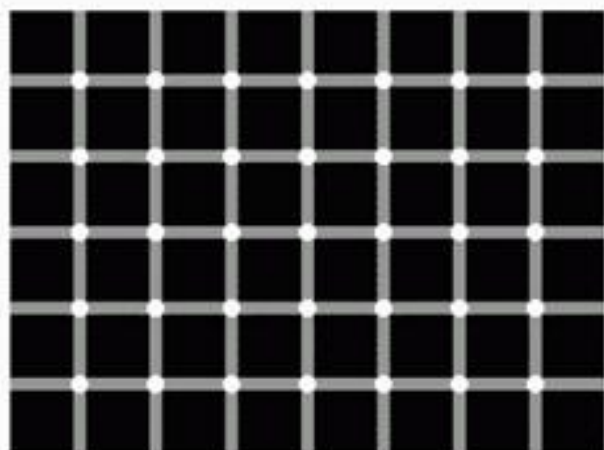
Иллюзия Мюллера-Лайера



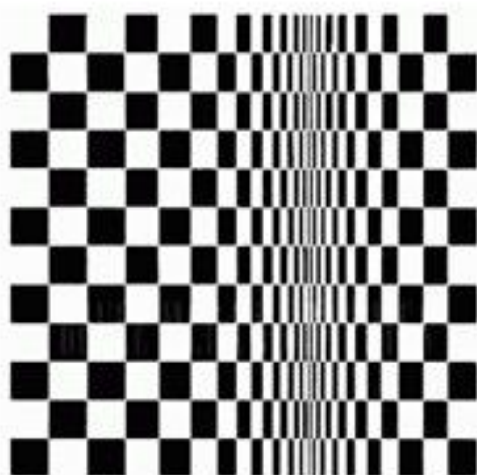
Иллюзии цвета и контраста



Иллюзия мерцающей решётки



Иллюзия движения



Невозможные фигуры из бумаги

